

1. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+15}{6-n} = -5$ (укажите $N(\varepsilon)$).

Найдите пределы числовых последовательностей.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{64n^6 + 4} - \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^5 + 6} + \sqrt{n+6}}$.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right) \right)$.

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 1}{n^3 - 1} \right)^{2n-n^3}$.

5. Докажите (найдите $\delta(\varepsilon)$), что $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 25x - 13}{x + \frac{1}{2}} = -27$.

Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и сделайте схематический чертёж.

6. $f(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{e} \right)^{\frac{1}{x}}}$.

7. $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2 - 2x + 1}, & x < 2, \\ 1 - 2x, & x \geq 2. \end{cases}$

8. $f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x}$.

Найдите пределы функций, не применяя правило Лопиталья.

9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$.

10. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$.

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$.

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\sin \frac{\pi x}{2} \ln x}$.

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos x + \sin \frac{1}{x} \ln(1+x)}$.

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin 2x - 3) \ln(1 - \operatorname{arctg}^2 x)}{\sin(\ln(1+4x)) (e^x - \sqrt{1+5x})}$.